

कॉब-डगलस उत्पादन फलन

(COBB-DOUGLAS PRODUCTION FUNCTION)

युद्ध के पश्चात् के वर्षों में कॉब-डगलस उत्पादन फलन अर्थशास्त्रियों के लिए बहुत महत्वपूर्ण रहा। यह उत्पादन-फलन दो व्यक्तियों कॉब (Cobb) तथा डगलस (Douglas) की अमेरिका के कुछ उद्योगों पर आधारित सांख्यिकीय समीक्षा (Statistical Investigation) का परिणाम है। इस उत्पादन फलन में दोनों अर्थशास्त्रियों ने दो उत्पत्ति के साधनों—श्रम एवं पूंजी—को ही सम्मिलित किया है।

गणितीय रूप में;

$$Q = KL^\alpha C^\beta \quad \text{जहाँ } \beta = 1 - \alpha$$

$$\text{तथा } 0 < \alpha < 1$$

इस प्रकार,

$$Q = KL^\alpha C^{1-\alpha}$$

जहाँ Q उत्पादन, L श्रम, C पूंजी तथा K पैमाने की क्षमता का सूचक एक स्थिर राशि है। α तथा β दो घनात्मक स्थिर संख्याएँ हैं।

रेखीय फलन के रूप में,

$$\log Q = \log K + \alpha \log L + (1 - \alpha) \log C$$

प्रो० लारेंज क्लेन (Lowrance Klein) ने इस फलन की कुछ विशेषताओं का उल्लेख किया है जो निम्नलिखित हैं :

(1) उत्पादन की निश्चित मात्रा के लिए दोनों उत्पत्ति के साधन—श्रम तथा पूंजी—का होना आवश्यक है। यदि कोई उत्पत्ति का साधन शून्य मात्रा में प्रयोग होगा तो उत्पादन भी शून्य हो जायगा। यद्यपि उत्पत्ति के दोनों साधनों को विभिन्न अनुपातों में प्रयोग किया जा सकता है।

(2) α और β की मात्रा उत्पादन फलन की प्रकृति की सूचक है। 'पैमाने के प्रतिफल' इन्हीं मात्राओं से उत्पन्न होते हैं। यदि,

(i) $(\alpha + \beta) < 1$ तो घटते पैमाने के प्रतिफल (Decreasing Returns to scale) उपस्थित होंगे।

(ii) $(\alpha + \beta) = 1$ स्थिर पैमाने के प्रतिफल (Constant Returns to Scale)

(iii) $(\alpha + \beta) > 1$ बढ़ते पैमाने के प्रतिफल (Increasing Returns to Scale)

किन्तु कॉब-डगलस उत्पादन फलन $\alpha + \beta = 1$

अर्थात् स्थिर पैमाने के प्रतिफल से ही सम्बन्धित है। दूसरे शब्दों में कॉब-डगलस उत्पादन फलन प्रथम घात वाला समरूप फलन (Homogeneous Function of Degree one) है।

कॉब-डगलस फलन का स्थिर पैमाने के प्रतिफल के साथ सम्बन्ध का प्रमाण निम्नलिखित रूप में स्पष्ट किया जा सकता है :

कॉब-डगलस फलन के अनुसार,

$$Q = KL^\alpha C^\beta \quad \text{जबकि } \alpha + \beta = 1$$

यदि उत्पत्ति साधनों L तथा C को हम λ अनुपात में बढ़ा दें तब,

$$\text{उत्पादन की मात्रा} = K(\lambda L)^\alpha (\lambda C)^\beta$$

$$= K \lambda^\alpha L^\alpha \lambda^\beta C^\beta$$

$$= K(\lambda^\alpha \lambda^\beta) L^\alpha C^\beta$$

$$= \lambda^{\alpha + \beta} K L^\alpha C^\beta$$

$$= \lambda K L^\alpha C^\beta$$

$$= \lambda Q$$

(क्योंकि $\alpha + \beta = 1$)

(क्योंकि $KL^\alpha C^\beta = Q$)

अर्थात् उत्पत्ति के दोनों साधनों को λ अनुपात में बढ़ाने पर उत्पादन मात्रा भी λ गुना बढ़ जाती है। यही स्थिर पैमाने का प्रतिफल नियम है।